

Bài 1. (2,0 điểm)

Cho biểu thức

$$A = \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 2} + \frac{2 + 5\sqrt{x}}{4 - x} \text{ và } B = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 2} \text{ với } x > 0; x \neq 4$$

a) Tính giá trị của biểu thức B khi $x = 9$

b) Rút gọn biểu thức $P = A + B$

c) Tìm giá trị của x để $|P| = \frac{\sqrt{x}+1}{2}$

Bài 2 (2,0 điểm) Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

Một người đi từ A đến B với vận tốc và thời gian dự định trước Nếu người đó đi nhanh hơn mỗi giờ 10km thì tới B sớm hơn dự định 36 phút, nếu người đó đi chậm hơn mỗi giờ 10km thì tới B muộn hơn dự định 54 phút. Hỏi quãng đường AB dài bao nhiêu km?

Bài 3 (2,0 điểm)

1) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{4}{x+1} + 5\sqrt{y-3} = 3 \\ \frac{8}{x+1} + 2\sqrt{y-3} = -2 \end{cases}$$

2) Cho phương trình: $x^2 - 2(m+3)x + 6m + 11 = 0$ (ẩn x, tham số m)

a) Giải phương trình với $m=2$.

b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt

Bài 4 (3,5 điểm)

Cho đường tròn (O) và dây BC khác đường kính. Lấy A thuộc cung BC lớn sao cho $AB = AC$ (A khác C). Các đường cao AD, BE, CF của tam giác ABC cắt nhau tại H. Đường thẳng EF cắt đường thẳng BC tại M.

1) Chứng minh tứ giác BFEC nội tiếp.

2) Chứng minh EB là phân giác góc \widehat{DEF}

3) Gọi I là trung điểm BC. Chứng minh IE là tiếp tuyến đường tròn ngoại tiếp tam giác MED.

4) Qua D kẻ đường thẳng song song với EF cắt các đường thẳng AB, AC lần lượt ở P và N. Chứng minh rằng khi A di động trên cung BC lớn (nhưng vẫn thỏa mãn giả thiết ban đầu) thì đường tròn ngoại tiếp tam giác MNP luôn đi qua một điểm cố định.

Bài 5. (0,5 điểm)

Cho a, b, c là các số thực không âm thỏa mãn: $a + b + c = 1$ Chứng minh rằng:

$$\sqrt{5a+4} + \sqrt{5b+4} + \sqrt{5c+4} \geq 7$$